EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

Varianta ….013

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(1,3)$ la dreapta $x+y-5=0$.

(4p) **b)** Să se determine $x\in[0,\pi]$ pentru care $\cos x=\frac{1}{2}$.

(4p) **c)** Să se determine $m\in\mathbf{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u}=2\vec{i}+m\vec{j}$ și $\vec{v}=-\vec{i}+(m+1)\vec{j}$ să fie perpendiculari.

(4p) **d)** Să se calculeze partea reală a produsului de numere complexe $i\cdot i^2\cdot i^3\cdot\ldots\cdot i^{10}$.

(2p) **e)** Să se scrie ecuația cercului de diametru $[AB]$, unde $A(2,6)$ și $B(4,8)$.

(2p) **f)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral de latură $2\sqrt{2}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei $A=\begin{pmatrix}5 & 4\\ -4 & -3\end{pmatrix}$.

(3p) **b)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $3^{x^2}=81$.

(3p) **c)** Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x+3$. Să se calculeze suma $f(1)+f(2)+\ldots+f(20)$.

(3p) **d)** Să se calculeze probabilitatea ca un număr din mulțimea $\{1,2,5,6,9,11\}$ să fie număr prim.

(3p) **e)** Să se rezolve ecuația $C_n^2=1, n\in\mathbf{N}, n\geq 2$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x\cdot e^x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x), x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine punctul de extrem local al funcției *f*.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\frac{f(-n)}{n}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbf{R}[X]$, $f = X^4 - X^3 + 4X^2 + mX + n$ care are rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbf{C}$ și $g = X^2 + X + 1$, care are rădăcinile $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$, unde $m, n \in \mathbf{R}^*$.

(4p) **a)** Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului f.

(4p) **b)** Pentru $m = 3$ și $n = 5$, să se calculeze $f(z_1) + f(z_2)$.

(4p) **c)** Pentru $m = 3$ și $n = 5$, să se determine restul împărțirii polinomului f la polinomul g.

(2p) **d)** Să se determine $m, n \in \mathbf{R}$ astfel încât f să admită rădăcina $x_1 = 1 + 2i$.

(2p) **e)** Să se calculeze $z_1^3 + z_2^3$.

(2p) **f)** Să se calculeze $z_1^{2007} + z_2^{2007}$.

(2p) **g)** Să se calculeze în funcție de m și n suma $S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x), f''(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$.

(4p) **c)** Să se stabilească intervalele de monotonie ale funcției f.

(2p) **d)** Să se determine numărul punctelor de extrem local ale funcției f.

(2p) **e)** Să se arate că $-2 \le f(x) \le 2, \forall x \in [0,2]$.

(2p) **f)** Să se arate că $-4 \le \int_0^2 f(x)dx \le 4, \forall x \in [0,2]$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{f(n)}{n^3 + 1} \right)^{2007n^2}$.